

# VERIFICAÇÃO DO MÉTODO DE TRILATERAÇÃO NA IMPLANTAÇÃO DE UMA REDE DE MARCOS GEODÉSICOS DE APOIO IMEDIATO NO SISTEMA TOPOGRÁFICO LOCAL

M. B. L. Lopes<sup>1</sup>, J. C. dos Santos<sup>2</sup>, C. A. B. Schuler<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Pernambuco, Brasil

<sup>2</sup> Universidade Federal de Alagoas, Brasil

## RESUMO

A partir da necessidade de conhecer o meio em que vive, o homem desenvolveu técnicas para descrever o espaço baseando-se em observações. Com o tempo, aprimoraram-se as técnicas e desenvolveram-se equipamentos de medição que facilitaram a obtenção de dados. Objetivando verificar a utilização do método de trilateração para implantação de uma rede de Referência Cadastral (RRC) no Campus A. C. Simões-UFAL, foi definido um Plano Topográfico Local (PTL) apoiado em dois marcos geodésicos homologados. Buscaram-se locais que possibilitassem a intervisibilidade entre os marcos existentes e outros dois pontos. Utilizou-se uma estação total para realizar medições, prosseguindo com o tratamento estatístico das observações e compensação harmônica, chegando-se à conclusão que é possível criar e densificar uma rede definida pelo Sistema Topográfico Local (STL) apoiada no Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) alcançando os limites de precisão e exatidão exigidos utilizando topografia clássica.

**Palavras chave:** Trilateração, Método dos Mínimos Quadrados., Compensação Harmônica

## ABSTRACT

From the desire to better understand the environment in which it inhabits, humanity has developed observation techniques which it employs to describe its space. Over time, they improved the techniques and measurement equipment that facilitated data acquisition. In order to verify the utilization of the method of trilateration for implementation of a Cadastral Reference Network (RRC) on Campus A. C. Simões-UFAL, was defined a Local Topographical Plan (PTL) fixed at two official geodesic marks. Locations were sought that would allow intervisibility between these existing points and two others. Observations of the distances between these points were conducted using a total station, following up with statistical analysis and harmonic compensation, concluding that is possible create and densify a network defined by the Local Topographic System (STL) supported the Brazilian Geodetic System (SGB), achieving the required limits of precision and accuracy by using the classical topography.

**Keywords:** Trilateration, Least Squares Method, Harmonic Compensation

### 1- INTRODUÇÃO

Segundo ABNT (1994; 1998) Rede de Referência Cadastral (RRC) é uma rede de apoio básico para todos os serviços que se destinem a projetos, cadastros ou implantação e gerenciamento de obras, devendo esta rede ser apoiada no Sistema Geodésico Brasileiro (SGB).

Levando-se em conta a popularização das novas geotecnologias de posicionamento, muitas vezes os profissionais optam por utilizar metodologias mais atuais, desconsiderando o alcance dos métodos clássicos. ABNT (1998), Almeida (2010) e Silva (2012) descrevem os procedimentos para transformar coordenadas geodésicas em planorretangulares locais.

Para Melo *et al.* (2012) os pontos de apoio para obras de engenharia devem ser implantados apoiando-se em pontos de 2ª e 3ª ordem. Os pontos serão utilizados para elaboração de projetos, controle durante a construção e *as built*. Tais pontos devem ser ajustados por triangulação, trilateração ou poligonação, tendo ciência das vantagens e desvantagens do método escolhido.

Warh (1996) afirma que trilateração possui muito mais acurácia que triangulação, isso se deve à evolução dos Medidores Eletrônicos de Distancias (MED), tais como as estações totais, que atendem aos níveis de precisão aceitáveis para a execução levantamentos planimétricos (Ghilani e Wolf, 2012). A trilateração consiste na união

de uma série de triângulos dos quais serão medidos apenas as distâncias. Anderson e Mikail (1998 *apud* Amorim, 2004) afirmam que o contínuo desenvolvimento dos equipamentos de medições eletrônicas tornou a trilateração possível e competitiva com a triangulação.

Este trabalho tem como objetivo examinar a utilização de um método clássico para a densificação de uma rede topográfica apoiada no SGB, considerando o nível de exatidão e tolerância exigidos.

## 2- MATERIAIS E MÉTODOS

As observações foram realizadas com uma Estação Total Leica FlexLine TS02 Power 7<sup>o</sup>, precisão linear de 1,5mm+2ppm, utilizando mini prisma GMP111 com altura de 10cm e prisma circular GPR1 sobre bastão com altura de 2,40m, possibilitando assim a leitura em locais de difícil visibilidade. Foi utilizado o método de controle por trilateração e os dados levantados foram anotados em formulário de campo. O tratamento estatístico, assim como os cálculos do ajustamento das observações foram realizados em planilhas eletrônicas.

### 2.1- Definição do Plano Topográfico Local

Para a definição do PTL foram utilizados os parâmetros do Sistema de Referência SIRGAS2000, elipsoide GRS80 e Relatórios das Estações Geodésicas SAT93206 e SAT 93070. Dados os valores para o semieixo maior  $a = 6.378.137,0000\text{m}$ , semieixo menor  $b = 6.356.752,3141\text{m}$ , coordenadas geográficas do ponto A, adotado como origem do sistema, Latitude  $\varphi_A = 9^{\circ}33'24,5855''\text{S}$ , Longitude  $\lambda_A = 35^{\circ}46'45,5688''\text{W}$ , altitude ortométrica  $H_A = 87,61\text{m}$ , coordenadas planas UTM dos pontos A e B,  $E_A = 194.880,984\text{m}$ ,  $N_A = 8.942.356,000\text{m}$ ,  $E_B = 194.560,443\text{m}$ ,  $N_B = 8.942.531,303\text{m}$ ,  $MC = -33^{\circ}$ .

Quando há necessidade de transformar coordenadas geodésicas em planorretangulares locais Almeida (2010) e Silva (2012) descrevem os procedimentos que devem ser adotados.

Calcula-se a primeira excentricidade ( $e^2$ ) referente ao sistema de referência utilizado, de acordo com a equação 1.

$$e^2 = 1 - \left(\frac{b^2}{a^2}\right) \quad (1)$$

Em que:

$a$  é o semieixo maior do elipsoide;  
 $b$  é o semieixo menor do elipsoide.

Quando o elipsoide de referência aproxima-se do formato de uma esfera a excentricidade tende a 0 (zero).

A grande normal ( $N$ ) é uma das seções normais principais que passa por um determinado ponto do elipsoide, sendo aplicado para o cálculo do

raio médio da Terra no local ( $R_0$ ) de uma determinada região, como mostra a equação 2.

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sen^2 \varphi_A)^{\frac{1}{2}}} \quad (2)$$

Em que:

$a$  é o semieixo maior do elipsoide;  
 $e^2$  é o quadrado da primeira excentricidade;  
 $\varphi_A$  é a latitude do ponto escolhido como origem do PTL.

O raio de curvatura da seção meridiana ( $M$ ) é o segmento de reta que correspondente ao raio de uma seção de um plano circular coincidente com o plano da seção do elipsoide no ponto considerado, podendo ser calculado com a equação 3. Assim como a grande normal, aplica-se na resolução do cálculo do  $R_0$ .

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sen^2 \varphi_A)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

Em que:

$a$  é o semieixo maior do elipsoide;  
 $e^2$  é o quadrado da primeira excentricidade;  
 $\varphi_A$  é a latitude do ponto escolhido como origem do PTL.

O  $R_0$  é utilizado para definir o fator de escala altimétrico  $K_{alt}$ , como mostra a equação 4.

$$R_0 = (M \times N)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

Em que:

$M$  é o raio de curvatura da seção meridiana;  
 $N$  é a grande normal.

A Convergência Meridiana ( $C$ ) pode ser definida como a deflexão entre o Norte Verdadeiro (N.V.) e o Norte da quadrícula UTM no ponto em estudo, calculando-se com a equação 5. Para calcular o sentido da Convergência Meridiana, deve-se tomar como origem a interseção entre o Meridiano Central ( $MC$ ) e a linha do Equador, observando o quadrante onde o ponto encontra-se localizado. Quando o ponto está localizado no 1<sup>o</sup> ou 3<sup>o</sup> quadrante considera-se que  $C > 0$  e quando o ponto está localizado no 2<sup>o</sup> ou 4<sup>o</sup> quadrante considera-se que  $C < 0$ .

$$C_A = \Delta\lambda \sen \varphi_A \quad (5)$$

Tal que,

$$\Delta\lambda = \lambda_A - MC \quad (6)$$

Em que:

$\Delta\lambda$  é a diferença entre as longitudes do ponto de origem do PTL e o  $MC$ , calculado de acordo com a equação 6;

$\varphi_A$  é a latitude do ponto escolhido como origem do PTL;

$\lambda_A$  é a longitude do ponto escolhido com origem do PTL;

$MC$  é a longitude do meridiano central do fuso onde será implantado o PTL.

O fator de escala altimétrico ( $K_{alt}$ ) é a relação entre a altitude ortométrica ( $H_A$ ) e o raio médio da Terra no local ( $R_O$ ), como mostra a equação 7.

$$K_{alt} = 1 - \left( \frac{H_A}{R_O + H_A} \right) \quad (7)$$

O fator de escala UTM ( $K_{UTM}$ ) deve ser calculado nos dois pontos estudados. Caso os dois pontos distem menos de 15 km deve-se fazer uma média aritmética entre os fatores de escala dos dois pontos, caso ultrapassem 15 km de distância entre si deve-se fazer uma média aritmética ponderada, de acordo com as equações.

- Distância < 15 km:

$$K_{UTM} = \frac{K_{UTM_A} + K_{UTM_B}}{2} \quad (8)$$

- Distância > 15 km:

$$K_{UTM(A)} = K_O \left( 1 + \frac{E'^2}{2 R_O^2} \right) \quad (9)$$

$$K_{UTM(B)} = K_O \left( 1 + \frac{E'^2}{2 R_O^2} \right) \quad (10)$$

$$K_{UTM} = \frac{K_{UTM(A)} + 4K_{meio} + K_{UTM(B)}}{6} \quad (11)$$

Em que:

$K_O$  é o fator de escala no meridiano central, por convenção é igual a 0,9996;

$E'$  é a ordenada entre o  $MC$  e ponto considerado ( $500.000 - E_A$ );

$R_O$  é o raio médio da Terra no local.

Para simplificar os fatores de escala, deve-se calcular o coeficiente de escala total ( $K_T$ ), como mostra a equação 12.

$$K_T = K_{UTM} \times K_{alt} \quad (12)$$

Em que:

$K_{UTM}$  é o fator de escala UTM médio;

$K_{alt}$  é o fator de escala altimétrico.

Deve-se adotar coordenadas (X,Y) para o ponto de origem do novo sistema de coordenadas topográficas local. A ABNT (1998) sugere 150.000 m e 250.000 m, respectivamente para os eixos da abscissa (X) e ordenada (Y), garantindo assim a ausência de coordenadas negativas na área de abrangência do sistema.

Para calcular a distância plana AB ( $\overline{S_{AB}}$ ), considera-se um triângulo retângulo formado por  $\overline{S_{AB}}$  como hipotenusa e  $N'$  e  $E'$  como catetos, como mostra a equação 13.

$$\overline{S_{AB}} = \sqrt{(N_B - N_A)^2 + (E_B - E_A)^2} \quad (13)$$

Em que:

$N'$  é a variação das coordenadas no eixo Norte, representado na equação 13 por  $N_B - N_A$ ;

$E'$  é a variação das coordenadas no eixo Este, representado na equação 13 por  $E_B - E_A$ .

A distância elipsoidal AB ( $S_O$ ) pode ser calculada pela proporção da distância plana AB ( $\overline{S_{AB}}$ ) pelo fator de escala UTM ( $K_{UTM}$ ) previamente calculado, como mostra a equação 14.

$$S_O = \frac{\overline{S_{AB}}}{K_{UTM}} \quad (14)$$

Em que:

$\overline{S_{AB}}$  é a distância plana entre A e B;

$K_{UTM}$  é o fator de escala UTM médio.

A distância topográfica ( $S$ ) entre os pontos A e B pode ser calculada por duas expressões, como mostram as equações 15 e 16.

$$S = \frac{\overline{S_{AB}}}{K_T} \quad (15)$$

Ou

$$S = \frac{S_O}{K_{alt}} \quad (16)$$

Em que:

$\overline{S_{AB}}$  é a distância plana entre A e B;

$K_T$  é o fator de escala total;

$S_O$  é a distância elipsoidal;

$K_{alt}$  é o fator de escala altimétrico.

O azimute plano (ou azimute da quadrícula) de AB ( $\phi_{AB}$ ) é o ângulo, na projeção, entre o norte da quadrícula UTM e a linha reta que une os dois pontos a serem considerados, como mostra a equação 17.

$$\phi_{AB} = \tan^{-1} \left( \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A} \right) \quad (17)$$

O azimute geodésico ( $\phi_{geo}$ ) é o ângulo, na projeção, entre o meridiano que passa pelo ponto inicial e a tangente ao arco representativo da distância projetada entre os dois pontos considerados, como mostra a equação 18.

$$\phi_{geo} = \phi_{AB} + C_A \quad (18)$$

Em que:

$\phi_{AB}$  é o azimute plano;

$C_A$  é a convergência meridiana em A.

As projeções nos eixos X e Y são calculados com as expressões 19 e 20.

$$\Delta X_{AB} = S \cdot \text{sen} \phi_{geo} \quad (19)$$

$$\Delta Y_{AB} = S \cdot \text{cos} \phi_{geo} \quad (20)$$

Em que:

$S$  é a distância topográfica entre A e B;

$\phi_{geo}$  é o azimute geodésico.

Para finalizar, calculam-se as coordenadas do ponto B, seguindo as equações 21 e 22, adotando os valores propostos pela NBR 14.166,  $X_A=150000\text{m}$  e  $Y_A=250000\text{m}$ , e as projeções nos eixos das abcissas e ordenadas calculadas através das equações 19 e 20.

$$X_B = X_A + \Delta X_{AB} \quad (21)$$

$$Y_B = Y_A + \Delta Y_{AB} \quad (22)$$

## 2.2- Ajustamento das Observações

Em concordância com Maia (1999) e Gemael (2004), as observações se caracterizam pela presença de erros nem sempre decorrentes de falhas humanas, pois além de todo equipamento possuir uma precisão, à qual toda observação está sujeita, ainda existe a influência das condições ambientais nas quais se processa a mensuração. Na impossibilidade de se obter o valor real de determinada medida, deve-se obter uma estimativa confiável. O ajustamento conduz a essa solução única, tornando as observações coerentes com um modelo matemático.

Segundo Gemael (1974 *apud* Mendonça *et al.* 2010) e Collischonn (2013), a utilização do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) para ajustamento de observações deve-se a Gauss em 1795 e Legendre em 1805. De acordo com Gerardy (1977 *apud* Torge, 2001) Gauss foi o primeiro a ajustar uma rede por triangulação utilizando o MMQ.

### 2.2.1- Método dos Mínimos Quadrados

No ajuste das observações pelo MMQ pretende-se estimar parâmetros a partir das observações diretas ou indiretas. Aplica-se a um conjunto redundante de observações representadas por uma distribuição normal, buscando uma solução única que apresente o menor resíduo para um conjunto de observações. Assim como descrito em Borque e Garrido (2013), a soma dos quadrados dos erros residuais será mínimo.

Para se determinar um novo valor para o conjunto de observações originais ( $L_b$ ), estimando valores que satisfaçam o modelo ( $L_a$ ) de modo que o vetor de resíduos, ou correções, ( $V$ ) seja mínimo, conforme equação 23.

$$V = L_a - L_b \quad (23)$$

Reescrevendo a equação, obtém-se:

$$L_a = L_b + V \quad (24)$$

Em que:

$L_a$  é o conjunto de valores estimados;

$L_b$  é conjunto de observações.

Procura-se a melhor estimativa para  $L_a$  de modo que a soma do quadrado dos resíduos seja mínima, conforme equação:

$$\phi = V^T P V \sim \text{mínimo} \quad (25)$$

Tal que  $P$  é a matriz peso das observações, obtida através do produto da matriz variância-covariância das observações ( $\Sigma_{L_b}$ ) e de um fator de variância *a priori* conhecido ( $\sigma_0^2$ ), determinado pela precisão do instrumento utilizado nas observações. A variância *a priori* é importante para a análise da qualidade do ajustamento, pois os valores de  $P$  são inversamente proporcionais a  $\sigma_0^2$  (Amorim, 2004). A equação de erro das observações pode ser definida com a equação 26.

$$V = AX - L \quad (26)$$

Tal que:

$V$  é a vetor de resíduos;

$A$  é a matriz de coeficientes dos parâmetros;

$X$  é a vetor de parâmetros;

$L$  é a vetor de termos independentes.

Considerando a ausência de resíduos as equações de observações passam podem ser expressas de acordo com a equação 27.

$$AX - L = 0 \quad (27)$$

As equações normais passam a ser representadas de acordo com a equação 28.

$$A^T P A X = A^T P L \quad (28)$$

Podendo construir uma nova equação a definir os termos da equação 26, obtendo-se duas novas equações.

$$N = A^T P A \quad (29)$$

$$t = A^T P L \quad (30)$$

Reescrevendo a equação 27, tem-se:

$$NX = t \quad (31)$$

A solução do sistema se obtém com a resolução da equação 32.

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (32)$$

Pode-se resolver o problema do ajustamento utilizando o modelo de equações de condição por meio de uma compensação harmônica ou o modelo de equações de observação. Em ambos os casos é necessário adequar um modelo matemático para se resolver o problema.

### 2.2.2- Compensação Harmônica

Para que se realize a compensação dos resíduos das observações é necessário calcular a quantidade de equações de condições, definido pela redundância do sistema.

$$r = l - (2p - 3) \quad (33)$$

Em que:

$r$  é a redundância do sistema;

$p$  é o número de pontos que formam a rede;

$l$  é o número de observações possíveis.

Encontrada a redundância ( $r$ ) do sistema, devem-se definir os modelos matemáticos que solucionem o problema. Por exemplo, a Figura 1, uma rede formada por quatro pontos, todos intervisíveis, ou seja, seis possíveis observações, aplicando-se a equação 26 a redundância seria igual a 1 (um), que seria a quantidade de equações de condição necessárias para ajustar tal rede. Sabendo que a soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero é igual a  $360^\circ$ , pode-se afirmar que estar seria uma equação de condição válida.

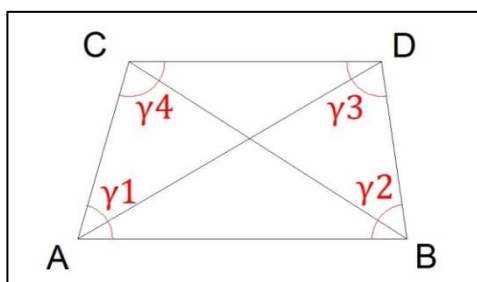


Figura 1 – Exemplo de Rede com 4 Pontos.  
Fonte: Borque e Garrido, 2013.

Utilizando a Lei dos Cossenos é possível calcular os ângulos internos do polígono, tais quais serão utilizados para calcular os resíduos a serem ajustados.

$$\gamma = \cos^{-1} \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \quad (34)$$

Em que:

$a$  é o lado oposto ao ângulo calculado;

$b$  e  $c$  são os lados que “tocam” no vértice do ângulo calculado.

De posse de todos os ângulos calculados deve-se calcular o resíduo e as correções necessárias ao ajuste.

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 - 360^\circ = \omega \quad (35)$$

$$(\gamma_1 + d\gamma_1) + (\gamma_2 + d\gamma_2) + (\gamma_3 + d\gamma_3) \quad (36)$$

$$+ (\gamma_4 + d\gamma_4) - 360^\circ = 0$$

$$d\gamma_1 + d\gamma_2 + d\gamma_3 + d\gamma_4 = -\omega \quad (37)$$

Em que:

$\gamma_n$  são os ângulos internos do polígono;

$\omega$  é o resíduo total;

$d\gamma_n$  é o resíduo parcial.

### 3- RESULTADOS E DISCUSSÕES

Iniciou-se o trabalho utilizando os dados dos relatórios dos marcos do IBGE: SAT93206 e SAT93070, assim como os parâmetros do sistema geodésico do Brasil, sistema oficial desde fevereiro de 2015 (SIRGAS2000). Para a transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas no PTL foi utilizada a NBR 14.166.

Após a transformação de coordenadas, verificou-se uma discrepância de 0,872m entre a distância calculada e a distância fornecida no relatório do ponto SAT93206. Segundo o IBGE a distância entre os pontos é igual a 365,948m, sendo calculada uma distância de 365,076m.

Calculando-se a excentricidade (equação 1), obteve-se  $e^2 = 0,00669438$ , tomando nota que quando o elipsoide de revolução se aproxima do formato de uma esfera  $e^2$  tende a 0 (zero).

Aplicando-se a equação 2, chegou-se ao resultado da grande normal  $N = 6378725,553\text{m}$ . Aplicando-se a equação 3, obteve-se o valor do raio da curva da secção meridiana  $M = 6337193,327\text{m}$ . Os quais foram utilizados na equação 4 para calcular o raio médio da Terra no Local, onde foi encontrado o valor de  $R_0 = 6357925,527\text{m}$ .

Estando a Sul e Oeste do fuso UTM 25 ( $MC = -33^\circ$ ), o valor da convergência meridiana é, obrigatoriamente, um valor positivo. A diferença entre as longitudes do ponto de origem do PTL e o MC resultaram num valor negativo, tal que  $\Delta\lambda = -2^\circ46'45,5688''$ , valor este que multiplicado ao seno da Latitude do ponto origem do PTL (Ponto A), resultou numa convergência meridiana igual a  $0^\circ27'41,1823''$ .

Procedeu-se com os cálculos dos fatores de escala necessários, são eles o fator de escala altimétrico, fator de escala UTM nos pontos A e B e sua média, além do coeficiente de escala total, chegando-se aos valores  $K_{alt} = 0,99998622$ ,  $K_{UTM(A)} = 1,000751076$ ,  $K_{UTM(B)} = 1,000753496$ ,  $K_{UTM} = 1,000752286$  e  $K_T = 1,000738496$ .

Calculou-se então, a partir das coordenadas UTM dos pontos A e B, a distância plana, chegando-se ao valor de  $\overline{S_{AB}} = 365,3459655\text{m}$ , que através da aplicação da equação 14 foi possível calcular a distância elipsoidal  $S_0 = 365,0713275\text{m}$  e, posteriormente, aplicando-se as equações 15 e 16 (para fins de comprovação), chegou-se ao valor da distância topográfica calculada descrita no primeiro parágrafo desta parte do trabalho, tal que  $S = 365,0763581\text{m}$ .

Para finalizar foram calculados os azimutes plano e geodésico, as projeções nos eixos das abscissas e ordenadas e as coordenadas locais finais do ponto B, onde foram encontrados os valores de  $\phi_{AB} = 298^\circ40'26,8644''$ ,  $\phi_{geo} = 299^\circ8'8,0468''$ ,  $\Delta X_{AB} = -318,8833\text{m}$ ,  $\Delta Y_{AB} = 177,7475\text{m}$ ,  $X_B = 149681,117\text{m}$  e  $Y_B = 250177,748\text{m}$ .

Sendo a rede definida por quatro pontos e todas as distâncias conhecidas, obteve-se uma redundância do sistema  $r = 1$ , sendo necessária ao menos uma equação de condição ser satisfeita para o sistema ser resolvido. Observando que a rede definida se trata de um quadrilátero irregular, pode-se utilizar a soma dos ângulos internos do quadrilátero como equação de condição, haja vista que a soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero deve ser igual a  $360^\circ$ .

A partir da distância calculada  $\overline{AB}$ , das médias das observações  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{BD}$  e  $\overline{CD}$  foram calculados os ângulos internos do quadrilátero.

Os ângulos calculados e as médias dos valores das observações foram aplicados às equações 38 e 39, montando-se assim a matriz transposta dos ajustes  $A^T$ .

$$A^T = \begin{bmatrix} -0,0247781918809959 \\ -0,0949617382132893 \\ -0,0326725367373237 \\ -0,0883587821275399 \\ 0,0146359366179225 \end{bmatrix}$$

Prosseguiu-se com a aplicação da equação 40, encontrando-se os resíduos parciais, elementos da matriz resultante de tal equação, que somados aos valores das médias das observações geraram as medidas observadas corrigidas provenientes da primeira iteração

A partir da terceira iteração foi possível conhecer os valores corrigidos finais do ajuste das observações, porém só a partir da quarta iteração a equação de condição foi plenamente atingida, alcançando-se uma precisão angular totalmente satisfatória.

As coordenadas finais dos pontos, bem como os ângulos internos finais ajustados da rede no Sistema Topográfico Local (STL) foram obtidas através da aplicação da metodologia proposta e estão apresentadas nas Tabela 1 e 2.

Tabela 1 - Coordenadas Finais Ajustadas no STL

PONTO	X	Y
A	150000,0000	250000,0000
B	149679,6956	250175,1736
C	149814,0247	250144,5548
D	149767,8071	250114,6819

Tabela 2 - Ângulos Internos

Vértice	Ângulo Interno	o	'	“
A	$\gamma_1$	11	34	19,48656623
B	$\gamma_2$	154	56	0,00441780
C	$\gamma_3$	21	37	49,67935732
D	$\gamma_4$	171	24	50,82965865

A

Tabela 3 apresenta as distâncias dos lados e diagonais da rede utilizada, as distâncias foram calculadas por um processo iterativo, considerando-se como base a distância AB, utilizando a lei dos cossenos para se estimar os ângulos entre cada alinhamento, compensando harmonicamente de acordo com o modelo adotado.

Conseguiu-se verificar, de acordo com as probabilidades de rejeição das observações, a inexistência de erros grosseiros. Verificou-se que para qualquer taxa de rejeição todas as observações estão dentro do limite tolerável, sendo desnecessário descartar qualquer das observações realizadas neste trabalho.

Todos os cálculos foram realizados em ambiente computacional. Foram utilizados os valores reais em todo o processo dos cálculos realizados, garantindo-se assim uma maior precisão nos resultados, porém para fins de apresentação optou-se por reduzir a quantidade de casas decimais.

Tabela 3 - Leituras observadas e calculadas iterativamente por compensação harmônica utilizando o M.M.Q.

Alinhamento	$\bar{l}_0$ (m)	$l_1$ (m)	$l_2$ (m)	$l_3$ (m)	$l_4$ (m)
$\overline{AB}$	<b>365,0763</b>	<b>365,0763</b>	<b>365,0763</b>	<b>365,0763</b>	<b>365,0763</b>
$\overline{AC}$	235,5595	235,5478	235,5481	235,5481	235,5481
$\overline{AD}$	259,0105	258,9691	258,9700	258,9700	258,9700
$\overline{BC}$	137,7910	137,7743	137,7746	137,7746	137,7746
$\overline{BD}$	106,9135	106,8771	106,8779	106,8779	106,8779
$\overline{CD}$	55,0255	55,0316	55,0315	55,0315	55,0315

#### 4- CONCLUSÕES

A transformação entre sistema de coordenadas geodésicas e sistema topográfico local é necessária para a criação de uma RRC em concordância com a NBR 14.166 em qualquer levantamento topográfico realizado onde seja necessário apoiar-se no SGB, haja vista que distâncias topográficas e geodésicas podem variar de poucos centímetros a muitos metros, comprometendo a qualidade de serviços em grande escala ou que exijam grande exatidão.

De acordo com a análise dos resultados obtidos, é possível criar e densificar uma rede definida pelo Sistema Topográfico Local (STL) apoiando-se no SGB e alcançando os limites de precisão e exatidão exigidos utilizando topografia clássica por meio do método de trileração.

#### AGRADECIMENTOS

Agradecemos à CAPES pela concessão de bolsa de estudo e aos amigos que colaboraram com a realização deste trabalho.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. 1994. NBR 13133: Execução de levantamento topográfico. Rio de Janeiro.

\_\_\_\_\_. NBR 14166: Rede de Referência Cadastral Municipal – Procedimento. Rio de Janeiro, 1998.

Almeida, H. R. R. C. 2010. UTM. Universidade Federal de Alagoas. Notas de aula.

Amorim, G. P. 2004. Confiabilidade de Rede GPS de referência cadastral municipal – Estudo de caso: rede do município de Vitória (ES). São Carlos, SP. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo.

Borque, M. J.; Garrido, M. S. 2013. Redes Horizontales. Jaén. Notas de aula.

Collischonn, C. 2013. Planejamento, materialização e controle de qualidade de rede geodésica. Porto Alegre, RS. Trabalho de conclusão de curso, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Gemael, C. 2004. Introdução ao ajustamento das observações: aplicações geodésicas. Curitiba: UFPR.

Ghilani, C. D.; Wolf, P. R. 2012. Elementary Surveying: An introduction to geomatics. 13<sup>th</sup> ed. New Jersey: Prentice Hall. ISBN-13: 978-0-13-255434-3.

Maia, T. C. B. 1999. Estudo e análise de poligonais segundo a NBR 13.133 e o sistema de posicionamento global. São Carlos, SP. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo.

Melo, W. D. A.; Souza, A. N.; Silva, D. C. 2012. Utilização do programa ADJUST<sup>®</sup> em ajustamento de triangulações e trilerações, In: Anais do IV Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação. Recife: UFPE, p. 1-10.

Mendonça, F. J. B.; Garnés, S. J. A.; Pereira, C. M.; Neto, J. A. B.; Melo, W. D. A. 2010. Análise do ajustamento por mínimos quadrados de uma trileração topográfica com injunções nos planos UTM e topocêntrico, In: Anais do III Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, Recife: UFPE, p. 1-9.

Silva, I. 2012. Curso de Geomática: UTM. Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo. Notas de aula. Disponível em: <<http://pt.slideshare.net/JamessonCavalcanteSampaio/aula-utm-irineu2012>>. Acesso em: 15 set. 2015.

Torge, W. 2001. Geodesy. 3rd. ed. New York: De Gruyter, 2001. ISBN 3-11-017072-8..

Warh, J. 1996. Geodesy and Gravity: University of Colorado. Boulder, Samizdat Press.