# MAPAS DE PREDIÇÃO UTILIZANDO O INTERPOLADOR KRIGAGEM A PARTIR DAS COMPONENTES DE VELOCIDADES DAS ESTAÇÕES RBMC-IBGE

M. S. Almeida<sup>1</sup>, G. D. Oliveira<sup>1,2</sup>, W. R. Dal Poz<sup>1</sup>, R. R. V. Menezes<sup>1</sup>

Universidade Federal de Viçosa, Brasil<sup>1</sup> Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária, Brasil<sup>2</sup>

CT02 - Geodésia, Astronomia, Topografia e Agrimensura

# **RESUMO**

Este trabalho teve como objetivo avaliar o método de interpolação krigagem simples, empregado para gerar mapas de predição, no qual as variáveis observadas são as componentes de velocidade para o Brasil a partir das coordenadas elipsoidais das estações da RBMC-IBGE (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS-IBGE). Para ambos os dados foi aplicado o modelo Gaussiano, muito utilizado para modelar fenômenos contínuos e regulares. Este modelo apresentou efeito pepita de 4,3x10<sup>-5</sup> (mm/ano)², patamar de 3,5x10<sup>-2</sup> (mm/ano)² e alcance de 13,9 graus decimais para componente de velocidade no eixo X. Já no eixo Y apresentou efeito pepita de 1,3x10<sup>-4</sup> (mm/ano)², patamar de 2,9x10<sup>-2</sup> (mm/ano)² e alcance de 26,3 graus decimais. Através dos mapas de Krigagem gerados, nota-se que a placa Sul-Americana apresenta uma rotação, movimentando-se no sentindo anti-horário. Para a predição das velocidades no eixo X, o valor do coeficiente da regressão "a" foi 1,00006 e do intercepto "b" foi 0,00010, e no eixo Y, "a" foi 0,99651 e "b" foi 0,03855.

Palavras chave: Geodésia, Geoestatística, GNSS, Krigagem.

## **ABSTRACT**

This work aimed to evaluate the simple kriging interpolation method, used to generate prediction maps, in which the observed variables are the velocity components for Brazil from the ellipsoidal coordinates of the RBMC-IBGE (Brazilian Network of Continuous Monitoring of GNSS-IBGE Systems). For both data, the Gaussian model was applied, much used to model continuous and regular phenomena. This model had a nugget effect of  $4.3 \times 10^{-5}$  (mm/year) <sup>2</sup>, a sill of  $3.5 \times 10^{-2}$  (mm/year) <sup>2</sup> and a range of 13.9 decimal degrees for the X-axis velocity component. Y showed a nugget effect of  $1.3 \times 10^{-4}$  (mm/year) <sup>2</sup>, sill of  $2.9 \times 10^{-2}$  (mm/year) <sup>2</sup> and range of 26.3 decimal degrees. Through the Kriging maps generated, it is noticed that the South American plate shows a rotation, moving in the counter-clockwise. For the X-axis velocity prediction, the regression coefficient value "a" was 1.00006 and the "b" intercept was 0.00010, and on the Y-axis, "a" was 0.99651 and "b" was 0.03855.

Keywords: Geodesy, Geostatistics, GNSS, Kriging.

# 1- INTRODUÇÃO

Perez (2002) define Tectônica como o estudo de dados históricos de movimentos e deformações da Litosfera, numa escala regional e global. A teoria da tectônica de placas envolve modelos nos quais a parte mais externa da Terra é dividida em placas rígidas e relativamente delgadas, em contínua movimentação umas em relação às outras (Turcotte e Schubert, 2001).

Existem diversos modelos que estimam as componentes da velocidade relativa das placas litosféricas, como ITRF2000, Apkim 2000, Apkim 2002, VEMOS, NUVEL 1A, MORVEL2010, REVEL2000, entre outros (UNAVCO, 2016). O modelo geofísico recomendado pelas convenções IERS 2010 é o NNR-

NUVEL-1A (*No Net Rotation – Northern University Model 1A*), podendo ser usado nas comparações com resultados de soluções geodésicas (Xin-Hui et al., 2013).

Uma vez que se tem as coordenadas tridimensionais de determinada região em determinada época, pode-se, portanto, estimar suas respectivas componentes da velocidade na mesma época, utilizando qualquer dos referidos modelos de velocidade. Sabe-se que um conjunto de coordenadas formam uma amostragem discreta da variável, porém, para se obter e avaliar o comportamento dessas velocidades em pontos não amostrados, pode-se utilizar métodos de interpolação, que são preditores que utilizam modelos matemáticos para realizar tal estimação. Quanto mais

acurado for o preditor, mais próxima da realidade será a estimação da variável regionalizada; no caso, as componentes de velocidade.

A maioria dos métodos de interpolação produz valores semelhantes quando existem dados abundantes. Quando os dados são esparsos, alguns métodos possuem limitações na representação da variabilidade espacial, por desconsiderarem a anisotropia e a continuidade do fenômeno a observar (Burrough e McDoneel, 1998).

Nas últimas décadas a aplicação do interpolador Krigagem vem se destacando, sendo vastamente utilizada em diversos trabalhos, revelando eficácia e robustez. Com isso, este trabalho tem como objetivo avaliar o método de interpolação krigagem, empregado para gerar os mapas de predição, onde as variáveis observadas são as componentes de velocidade para o Brasil a partir das coordenadas elipsoidais das estações da RBMC-IBGE.

Para obtenção das componentes de velocidade foi utilizado o modelo de velocidade NNR-NUVEL-1A, recomendado pelas convenções IERS 2010.

### 2- GEOESTATÍSTICA

Na Geoestatística são levadas em consideração características espaciais de autocorrelação de variáveis regionalizadas, onde deve existir uma dependência espacial. Isso faz com que os dados amostrados possam ser usados para a estimação de valores nos lugares em que a variável não seja conhecida (Landim, 2000). Esta estimação pode ser feita por preditores, também conhecidos como interpoladores.

Os métodos de interpolação mais utilizados se baseiam na Lei de Geografia de Tobler (1970) que afirma: "pontos vizinhos no espaço tem valores mais correlacionados que pontos distantes".

A dependência espacial pode ser visualizada a partir de um semivariograma, também chamado variograma. Esta ferramenta descreve quantitativamente a variação no espaço de um fenômeno regionalizado (Santos et al.; 2011).

Se há dependência espacial na variável estudada, podem-se fazer predições em locais não amostrados, por meio de um preditor não tendencioso e de variância mínima, chamado de krigagem (Santos et al.; 2011). Os principais tipos de krigagem linear encontrados na literatura são: krigagem simples, krigagem ordinária, krigagem universal e krigagem indicativa. Santos et al. (2011) compararam os preditores Krigagem Simples e Krigagem Universal e concluíram, através de simulação estocástica, que a Krigagem Simples se apresenta com um preditor mais preciso que a Krigagem Universal.

A krigagem usa informações a partir do semivariograma para encontrar os pesos ótimos a serem associados às amostras que irão estimar um ponto, uma área ou um bloco. Como o semivariograma é uma função

da distância entre locais de amostragens, mantendo o mesmo número de amostras, os pesos são diferentes de acordo com o seu arranjo geográfico. O uso do semivariograma para a estimativa por krigagem não exige que os dados tenham distribuição normal, mas a presença de distribuição assimétrica, com muitos valores anômalos, deve ser considerada, pois a krigagem é um estimador linear (Landim, 2006).

#### 3- METODOLOGIA

Neste trabalho foram utilizadas as coordenadas elipsoidais de 126 estações da RBMC- IBGE, referenciadas ao SIRGAS2000 (época 2000,4), disponíveis em seus respectivos descritivos no *site* do IBGE (2016).

A velocidade de cada estação foi obtida utilizando o modelo NNR-NUVEL-1A, na página da UNAVCO (2016) tendo em vista ser este o modelo recomendado pelas convenções IERS 2010. As velocidades das estações são divididas em duas componentes, eixo X e eixo Y. As componentes do eixo X possuem valor médio de -4,6 mm/ano, variando de -5,8 a -2,7 mm/ano, com desvio-padrão de 0,71 mm/ano. As componentes do eixo Y possuem valor médio de 11,2 mm/ano, variando de 9,2 a 11,71 mm/ano, com desvio-padrão de 0,49 mm/ano.

Para realizar a análise e interpolação dos dados na região do Brasil, foi empregado o método de Krigagem no *software* ArcGis, versão 10.3 através da ferramenta *Geoestatistical Analyst*.

Antes de realizar a interpolação, deve ser realizada uma análise geoestatística com o objetivo de modelar a dependência espacial da variável a ser interpolada através do ajuste de modelos teóricos aos semivariogramas experimentais (Santos et al., 2011; Carmo et al., 2015).

Para estes dados verifica-se uma tendência nos dados ao longo do espaço, onde os mesmos decrescem na mesma direção. Com isso, foi aplicado um ajuste nos dados para a remoção da tendência de primeira ordem com o uso de um modelo exponencial.

Removida a tendência dos dados, procede-se a análise geoestatística com o objetivo de modelar a dependência espacial da variável a ser interpolada através de modelo teórico que melhor se ajuste ao semivariograma experimental (Santos et al., 2011; Carmo et al., 2015). Para ambos os dados foi desconsiderada a anisotropia e utilizado o modelo Gaussiano, que é um modelo transitivo o qual apresenta um crescimento lento da função semivariograma, com o comportamento parabólico na origem, sendo muito utilizado para modelar fenômenos extremamente contínuos e regulares (Isaaks e Srivastava, 1998). Nas Figuras 1 e 2 são apresentados os semivariogramas amostrais e os modelos ajustados para as componentes de velocidade nos eixos X e Y respectivamente.

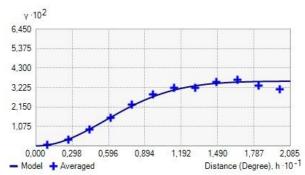


Fig. 1 - Semivariograma experimental e modelo ajustado para componente de velocidade no eixo X.

O modelo teórico que melhor se ajustou aos dados da componente de velocidade no eixo X apresentou efeito pepita de  $4,3x10^{-5}$  (mm/ano)², patamar de  $3,5x10^{-2}$  (mm/ano)² e alcance de 13,9 graus decimais.

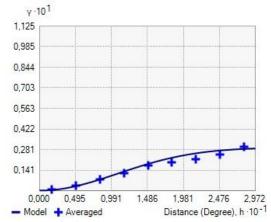


Fig. 2 - Semivariograma experimental e modelo ajustado para componente de velocidade no eixo Y.

O modelo teórico que melhor se ajustou aos dados da componente de velocidade no eixo Y apresentou efeito pepita de 1,3x10<sup>-4</sup> (mm/ano)<sup>2</sup>, patamar de 2,9x10<sup>-2</sup> (mm/ano)<sup>2</sup> e alcance de 26,3 graus decimais.

Em seguida, os dados relativos às componentes de velocidade foram interpolados separadamente, utilizando o método krigagem simples para predizer as variáveis em estudo em locais não amostrados. Com isso, foram obtidos dois mapas de krigagem para o Brasil bem como seus respectivos mapas de incerteza da krigagem.

## 4- RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como há a presença de dependência espacial entre os dados, pôde-se aplicar o método de krigagem para predizer os valores das componentes de velocidade nos locais não amostrados a partir dos dados de velocidade conhecidos. Os resultados da krigagem simples estão ilustrados nos mapas das Figuras 3 e 4 para as componentes da velocidade nos eixos X e Y respectivamente.

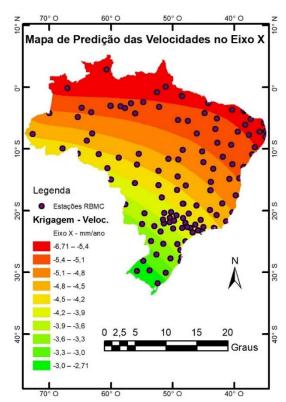


Fig. 3 - Mapa de predição das velocidades para a componente no eixo X

De acordo com a Figura 3, pode-se inferir que, os vetores de velocidade no eixo X apresentam-se maiores na região Norte. Como os valores de velocidade são negativos o movimento da placa na área de estudo é no sentido Oeste. Para este mapa de predição verificouse um valor médio de -4,8 mm/ano, variando de -6,71 a -2,71 mm/ano.

Analisando a Figura 4, nota-se que os vetores de velocidade no eixo Y apresentam-se maiores na região Leste. Como os valores de velocidade são positivos o movimento da placa na área de estudo é no sentido Norte. Para este mapa de predição verificou-se um valor médio de 11,0 mm/ano, variando de 9,1 a 11,7 mm/ano.

Nota-se que a placa Sul-Americana apresenta uma rotação movimentando-se no sentindo anti-horário na área de estudo, como pode ser verificado através das Figuras 3 e 4.

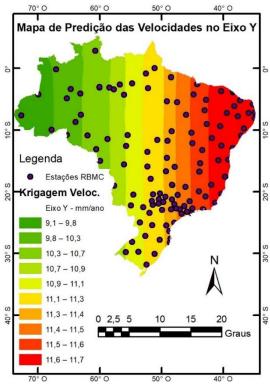


Fig. 4 - Mapa de predição das velocidades para a componente no eixo Y

Segundo Vieira (2000), a validação cruzada consiste na estimativa de cada ponto observado supondo que ele não existe no processo de predição, levando em conta a variabilidade espacial local expressa nas primeiras distâncias do semivariograma. Para Santos (2011), é possível obter várias estatísticas, as quais se avalia a qualidade da estimativa.

Na regressão linear simples, os valores do coeficiente de regressão (a) e intercepto (b) são indicativos de melhor desempenho na interpolação geoestatística (Vieira, 2000).

Para a predição das velocidades para a componente no eixo X, o valor do coeficiente da regressão "a" foi 1,00006 e do intercepto "b" foi 0,00010. Para a componente no eixo Y, o valor do coeficiente da regressão "a" foi 0,99651 e do intercepto "b" foi 0,03855.

As Figuras 5 e 6 a seguir ilustram os mapas de incerteza das predições das componentes de velocidade nos eixos X e Y respectivamente, para a área de estudo considerada.

Nota-se que as incertezas da krigagem simples para a componente de velocidade no eixo X possuem média igual a 0,009 m variando de 0,002 m a 0,190 m, como pode ser verificado na Figura 5.

As incertezas da krigagem simples para a componente de velocidade no eixo Y possui média igual a 0,007 m variando de 0,004 m a 0,152 m, como pode ser verificado na Figura 6.

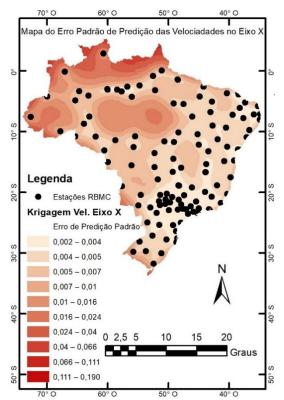


Fig. 5 - Mapa de incertezas das predições de velocidade para a componente no eixo X

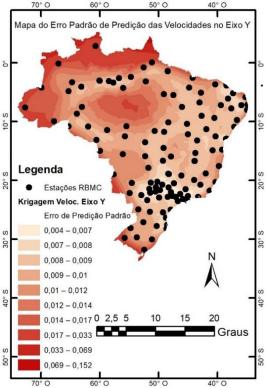


Fig. 6 - Mapa de incertezas das predições de velocidade para a componente no eixo Y

Analisando os mapas de incerteza das Figuras 5 e 6 nota-se que em ambos, as áreas com maior densidade de estações apresentam incertezas menores, como no caso da região Sudeste. Já na região Noroeste, com

menor número de estações, verificaram-se maiores incertezas.

# 5- CONCLUSÕES

A krigagem é um bom estimador pois procura minimizar a variância estimada a partir de um modelo prévio que leva em conta a dependência estocástica entre os dados distribuídos no espaço. Além disso, com ela é possível calcular a melhor estimativa possível para os locais não amostrados, pela minimização da variância do erro.

A classe de erro-padrão com valores menores do que 0,007 ocupam aproximadamente 62% da área de estudo para a componente no eixo X e aproximadamente 71% para a componente do eixo Y. Numa comparação entre regiões, no Noroeste do país, há ocorrência de classes com maior nível de incerteza. Já na região Sudeste há ocorrência de classes com menor nível de incerteza. Logo, entende-se que os valores de incerteza estão associados a densidade de estações.

Nas regiões de fronteira do país, com ênfase na região noroeste, por haver baixa densidade de estações verificou-se a ocorrência de extrapolação nas predições. Consequentemente, essas regiões apresentaram maiores incertezas. Com isso, recomenda-se para trabalhos futuros a utilização de estações de outros países na tentativa de melhorar a incerteza das predições nestas regiões.

Sabe-se que o Brasil está localizado, em sua totalidade, na placa Sul-Americana. Em vista disto, recomenda-se para trabalhos futuros a realização da krigagem em regiões que estejam localizadas em mais de uma placa tectônica, como por exemplo, os EUA que está sobre as placas do Pacífico e Norte-Americana. Além disso, recomenda-se também avaliar a variação espacial da componente altimétrica da velocidade.

## **AGRADECIMENTOS**

Esta pesquisa teve o incentivo da Universidade Federal de Viçosa através do Departamento de Engenharia Civil (DEC), curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil que disponibilizaram seus equipamentos, instalações e aplicativos computacionais.

Ao apoio financeiro que foi dado pela CAPES através do consentimento da bolsa de estudos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Burrough, P.A.; McDoneel, R. <u>Priciples of Geographical Information Systems</u>. <u>Spatial information systems and geostatistics</u>. New York: Oxford University Press, 1998.

Carmo, E.J.; Rodrigues, D.D.; Santos, G.R. Avaliação dos interpoladores krigagem e *topo to raster* para geração de modelos digitais de elevação a partir de um "*as built*", em <u>Boletim de Ciências Geodésicas</u>, Curitiba, V. 21, N° 4, pp.674-690, out-dez, 2015.

IBGE (2016). <u>Rede Brasileira de Monitoramento</u> <u>Contínuo dos Sistemas GNSS - RBMC.</u> Disponível em: <a href="http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/rbmc/rbmc\_est.php">http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/rbmc/rbmc\_est.php</a> Acesso em: Junho de 2016.

Isaaks, E.H.; Srivastava, R.M., 1998. *An Introduction to Applied Geostatistics*. New York: Oxford University Press.

Landim P.M.B., 2006. Sobre Geoestatística e mapas. Terræ Didatica, 2(1):19-33. <a href="http://www.ige.unicamp.br/terraedidatica/">http://www.ige.unicamp.br/terraedidatica/</a>

Landim, P.M.B. <u>Introdução aos métodos de estimação espacial para confecção de mapas</u>. DGA, IGCE, UNESP/Rio Claro, Lab. Geomatemática, Texto Didático, 2, 2000.

Perez, J.A.S. <u>Campo de velocidade para as estações da RBMC e do IGS localizadas na placa Sul-Americana: estimativa a partir do processamento de dados GPS.</u> Presidente Prudente, 2002. 166p. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) — Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista.

Santos, G.R., et al. krigagem simples versus krigagem universal: qual o preditor mais preciso?, em <u>Energia na</u> Agricultura, 26, 2011.

SIRGAS (2016). <u>Modelo de Velocidades de para a</u> <u>América do Sul e Caribe (VEMOS2009.)</u> Disponível em: < http://www.sirgas.org/index.php?id=54> Acesso em: jun 2016.

Tobler, W.R., 1970. A computer movie simulating urban growth in the Detroit region, em <u>Economic Geography</u>.

Turcotte, D.L.; Schubert, G., 2001. <u>Geodymanics</u>, Second Edition. Cambrige University Press, United Kingdom, 456 páginas.

UNAVCO (2016). <u>Plate Motion Calculator</u>. Disponível em: < http://www.unavco.org/software/geodetic-utilities/plate-motion-calculator/platemotion-calculator.html >. Acesso em: jun 2016.

Vieira, S.R., 2000. Geoestatística em estudos de variabilidade especial do solo. In. NOVAES, R.F; ALVAREZ V., V. H.; SCHAEFER, C. E. G. R. <u>Tópicos em ciências do solo.</u> Viçosa, MG: Sociedade Brasileira de Ciência do Solo, V 1. pp.2-54.

Xin-hui, Z., Fu-Ping, S. and Ren, W., 2013. *Establishment of the Medial-Hotspot Reference Datum and Study of the Westward Drift of Lithosphere*, em Chinese *Journal of Geophysics*, 56: 636–646. doi:10.1002/cjg2.20059.